ДЕКОМПОЗИЦІЯ СТРУМІВ ТА ПОТУЖНОСТЕЙ ТРИФАЗНОГО ЧЕТИРИПРОВОДНОГО КОЛА В НЕСИМЕТРИЧНОМУ НЕСИНУСОЇДНОМУ РЕЖИМІ

Артеменко М. Ю., д.т.н., проф.
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ, Україна

На сучасному етапі розвитку електроенергетики інтенсивно зростає кількість нелінійних споживачів та збільшується їх одинична потужність, внаслідок чого в трифазних електричних колах настає несиметричний несинусоїдний режим, що призводить до погіршення якості електропостачання та збільшення втрат енергії. Декомпозиції струмів та потужностей, запропоновані в різних теоріях потужності [1, 2] дозволяють розробити ефективні алгоритми компенсації неактивних складових струмів в трифазних трипровідних мережах за допомогою засобів активної фільтрації. Однак в чотирипровідних системах несиметрія фазних напруг призводить до появи складової нульової послідовності, що викликає підвищені втрати енергії за рахунок протікання струму в нейтралі, внаслідок чого запропонована в [3] формула для визначення повної потужності трифазного чотирипровідного кола враховує параметри силового кабелю. В даній роботі визначення складових повної потужності та відповідних струмів приводяться у відповідність до нової формули повної потужності.

Позначимо через $\boldsymbol{K}$ множину спільних номерів гармонік фазних напруг та струмів, тоді усталений несинусоїдний процес з періодом $T = 2\pi / \omega$ трифазного чотирипровідного кола повністю задається трикоординатними векторами їх миттєвих значень

$$\mathbf{u}(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{u}}_k e^{jk\omega t}\right); \quad \mathbf{i}(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_k e^{jk\omega t} + \mathbf{i}_R(t),$$

де $\bar{\mathbf{u}}_k = \left\| U_{Ak}e^{j\varphi_{Ak}} \quad U_{Bk}e^{j\varphi_{Bk}} \quad U_{Ck}e^{j\varphi_{Ck}} \right\|^T; \bar{\mathbf{i}}_k = \left\| I_{Ak}e^{j\psi_{Ak}} \quad I_{Bk}e^{j\psi_{Bk}} \quad I_{Ck}e^{j\psi_{Ck}} \right\|^T;$

$\mathbf{i}_R(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{k\notin\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_k e^{jk\omega t}\right); U_{Ak}, U_{Bk}, U_{Ck}; I_{Ak}, I_{Bk}, I_{Ck}$ — діючі значення, $\varphi_{Ak}, \varphi_{Bk}, \varphi_{Ck}$; $\psi_{Ak}, \psi_{Bk}, \psi_{Ck}$ — відповідні початкові фази k – ої гармонічної складової фазних напруг та струмів фаз A, B, C; ^{T} — знак транспонування.

Зокрема, через комплексні вектори діючих значень фазних напруг та струмів $\bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{i}}_k$ зазначених гармонічних складових виражається активна потужність P та реактивна потужність Q за визначенням Будеану:

$$\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_k^T \bar{\mathbf{u}}_k^* = \sum_{k\in\boldsymbol{K}} P_k - j\sum_{k\in\boldsymbol{K}} Q_k = P - jQ = (\mathbf{i}, \mathbf{u}) - jQ, \tag{1}$$

де *— знак комплексного спряження; $(\mathbf{i},\mathbf{u}) = \mathrm{Re}\sum_{k\in \boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_k^T \bar{\mathbf{u}}_k^* = T^{-1}\int_0^T \mathbf{i}^T(t)\mathbf{u}(t)dt$ — позначення операції скалярного добутку відповідних векторів; P_k, Q_k— активна та реактивна потужності k–ої гармонічної складової з множини $\boldsymbol{K}$.

Повна потужність трифазної чотирипровідної системи S, визначена як максимальна активна потужність навантаження при заданих втратах енергії на опорах фазових та нейтрального проводів r і r_N, дорівнює [3]:

$$S{=}P_{\max} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{i}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{i}(t)dt\,\frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{u}(t)dt}, \tag{2}$$

де $\mathbf{R} = r\mathbf{I} + r_n\mathbf{j}\mathbf{j}^T$ — матриця опорів втрат; $\mathbf{I} = \begin{Vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{Vmatrix}; \mathbf{j} = \begin{Vmatrix}1\\1\\1\end{Vmatrix}.$

Уведемо матриці дійсних чисел

$$\mathbf{P} = \sqrt{\mathbf{R}/r} = [\mathbf{I} + (r_n/r)\mathbf{j}\mathbf{j}^T]^{1/2} = \mathbf{I} + \frac{(1-\sigma_0)^{-1/2}-1}{3}\mathbf{j}\mathbf{j}^T; \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{I} + \frac{(1-\sigma_0)^{1/2}-1}{3}\mathbf{j}\mathbf{j}^T; \sigma_0 = \frac{3r_n}{r+3r_n},$$

тоді вираз (2) перетворюється наступним чином:

$$S{=}\sqrt{(\mathbf{i}_\rho,\mathbf{i}_\rho)(\mathbf{u}_\rho,\mathbf{u}_\rho)} = \sqrt{\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_{\rho k}^T \bar{\mathbf{i}}_{\rho k}^*}\sqrt{\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{u}}_{\rho k}^T \bar{\mathbf{u}}_{\rho k}^*} = |\mathbf{i}_\rho||\mathbf{u}_\rho| = I_\rho U_\rho,$$

де $\mathbf{i}_\rho(t) = \mathbf{P}\mathbf{i}(t); \mathbf{u}_\rho(t) = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{u}(t); \bar{\mathbf{i}}_{\rho k} = \mathbf{P}\bar{\mathbf{i}}_k; \bar{\mathbf{u}}_{\rho k} = \mathbf{P}^{-1}\bar{\mathbf{u}}_k; |\mathbf{i}_\rho| = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{i}_\rho{}^T(t)\mathbf{i}_\rho(t)dt} = \sqrt{(\mathbf{i}_\rho,\mathbf{i}_\rho)} = I_\rho$ — норма або діюче значення відповідного вектора.

Використовуючи формулу подвійного векторного добутку [4], розкладемо кожен з векторів $\bar{\mathbf{i}}_{\rho k}$ за базисом вектора $\bar{\mathbf{u}}_{\rho k}$:

$$\bar{\mathbf{i}}_{\rho k} = (g_k - jb_k)\bar{\mathbf{u}}_{\rho k} + \underline{\mathbf{i}}_{\rho k}, \tag{3}$$

де $g_k = \frac{P_k}{U_{\rho k}^2}; b_k = \frac{Q_k}{U_{\rho k}^2}; U_{\rho k}^2 = (\bar{\mathbf{u}}_{\rho k})^T(\bar{\mathbf{u}}_{\rho k})^*;\quad \underline{\mathbf{i}}_{\rho k} = \frac{(\bar{\mathbf{u}}_{\rho k})^* \times (\bar{\mathbf{i}}_{\rho k} \times \bar{\mathbf{u}}_{\rho k})}{U_{\rho k}^2};\quad \mathrm{Re}\left[(\bar{\mathbf{u}}_{\rho k})^T(\underline{\mathbf{i}}_{\rho k})^*\right] = 0.$

Визначимо еквівалентні провідності $g = P/U_\rho^2; b = Q/U_\rho^2; U_\rho^2 = \sum_{k\in\boldsymbol{K}} U_{\rho k}^2,$ тоді нормований вектор струмів навантаження може бути розкладений на такі ортогональні складові:

$$\mathbf{i}_\rho(t) = \mathbf{i}_P(t) + \mathbf{i}_Q(t) + \mathbf{i}_N(t) + \mathbf{i}_{\rho R}(t), \tag{4}$$

де $\mathbf{i}_P(t) = g\mathbf{u}_\rho(t) = \sqrt{2}g\,\mathrm{Re}\left(\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{u}}_{\rho k}e^{jk\omega t}\right); \mathbf{i}_Q(t) = \sqrt{2}b\,\mathrm{Re}\left(-j\sum_{k\in\boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{u}}_{\rho k}e^{jk\omega t}\right)$ —

активний та реактивний струми; $\mathbf{i}_N(t) = \mathbf{i}_{NP}(t) + \mathbf{i}_{NQ}(t) + \mathbf{i}_{N0}(t) =$

$$= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left[\sum_{k\in \boldsymbol{K}} (g_k - g)\bar{\mathbf{u}}_{\boldsymbol{\rho} k} e^{jk\omega t}\right] + \sqrt{2} b\,\mathrm{Re}\left[-j\sum_{k\in \boldsymbol{K}} (b_k - b)\bar{\mathbf{u}}_{\boldsymbol{\rho} k} e^{jk\omega t}\right] + \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{k\in \boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_{\boldsymbol{\rho} k} e^{jk\omega t}\right)$$

— струм небалансу; $\mathbf{i}_{\boldsymbol{\rho} R}(t) = \mathbf{P}\mathbf{i}_R(t) = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\left(\sum_{k\notin \boldsymbol{K}} \bar{\mathbf{i}}_{\boldsymbol{\rho} k} e^{jk\omega t}\right)$ — струм спотворення.

Внаслідок властивості ортогональності виконуються квадратичні співвідношення для діючих значень зазначених складових струмів

$$I_{\boldsymbol{\rho}}^2 = \left|\mathbf{i}_P\right|^2 + \left|\mathbf{i}_Q\right|^2 + \left|\mathbf{i}_N\right|^2 + \left|\mathbf{i}_{\boldsymbol{\rho} R}\right|^2 \tag{5}$$

та складових повної потужності

$$S^2 = P^2 + Q^2 + N^2 + R^2, \tag{6}$$

де $N = U_{\boldsymbol{\rho}}\sqrt{\left|\mathbf{i}_{NP}\right|^2 + \left|\mathbf{i}_{NQ}\right|^2 + \left|\mathbf{i}_{N0}\right|^2}; R = U_{\boldsymbol{\rho}}\left|\mathbf{i}_{\boldsymbol{\rho} R}\right|$ — потужності небалансу та спотворень.

Перелік посилань

1. Ferrero A. A new approach to the definition of power components in three-phase systems under nonsinusoidal conditions / A. Ferrero, G. Superti-Furga // IEEE Trans. on Instrum. Meas. — 1991. — №3. — P. 568–577.

2. Czarnecky L. Currents’ physical components: a fundamental of power theory / L. Czarnecky// Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). — 2008. — №6. — P. 28–37.

3. Артеменко М. Ю. Повна потужність трифазної системи живлення в несинусоїдному режимі та енергоефективність засобів паралельної активної фільтрації / М. Ю. Артеменко // Електроніка та зв'язок. — 2014. — №6. — С. 38–47.

4. Sirotin Iu. Fryze’s compensator and Fortescue transformation / Iu. Sirotin // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). — 2011. — №1. — P. 101–106.

Анотація

Представлена теорія потужності трифазного чотирипровідного кола в несинусоїдному несиметричному режимі. Виведені аналітичні вирази для ортогональних складових вектора фазних струмів і декомпозиції повної потужності на квадратичні складові.

Ключові слова: теорія потужності трифазного чотирипровідного кола.

Аннотация

Представлена теория мощности трехфазной четырехпроводной цепи в несинусоидальном несимметричном режиме. Выведены аналитические выражения для ортогональных составляющих вектора фазных токов и декомпозиции полной мощности на квадратичные составляющие.

Ключевые слова: теория мощности трехфазной четырехпроводной цепи.

Abstract

The power theory for three-phase four-wire circuit in nonsinusoidal asymmetric mode was presented. The analytical expressions for orthogonal phase currents’ components and decomposition of apparent power on quadratic components were derived.

Keywords: power theory for three-phase four-wire circuit.